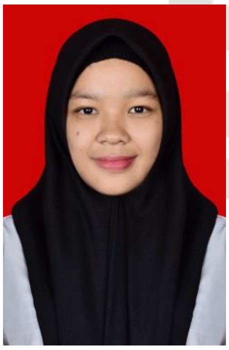
DETERMINAN *CORNICE* DAN DETERMINAN SEMI-DIAGONAL

TUGAS AKHIR

Diajukan Sebagai Salah Satu Syarat
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains Pada
Program Studi Matematika

Oleh :

NOPRI ANDRIANI
11554200540



UIN SUSKA RIAU

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU
PEKANBARU
2019

LEMBAR PERSETUJUAN

DETERMINAN *CORNICE* DAN DETERMINAN SEMI-DIAGONAL

TUGAS AKHIR

Oleh:

NOPRI ANDRIANI
11554200540

Telah diperiksa dan disetujui sebagai Laporan Tugas Akhir
di Pekanbaru, pada tanggal 16 Desember 2019

Ketua Program Studi

Ari Pani Desvina, M.Sc.
NIP.19811225 200604 2 003

Pembimbing

Fitri Aryani,M.Sc.
NIP.19770913 200604 200 2

LEMBAR PENGESAHAN

DETERMINAN *CORNICE* DAN DETERMINAN SEMI-DIAGONAL

TUGAS AKHIR

Oleh:

NOPRI ANDRIANI
11554200540

Telah dipertahankan didepan sidang dewan penguji
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
di Pekanbaru, pada tanggal 16 Desember 2019

Pekanbaru, 16 Desember 2019
Mengesahkan

Dekan	Ketua Program Studi
Dr. Drs. Ahmad Darmawi, M.Ag.	**Ari Pani Desvina, M.Sc.**
NIP. 19660604 199203 1 004	**NIP. 19811225 200604 2 003**

DEWAN PENGUJI

Ketua	**: Sri Basriati, M.Sc.**
Sekretaris	**: Fitri Aryani, M.Sc.**
Anggota I	**: Corry Corazon Marzuki, M.Si.**
Anggota II	**: Rahmawati, M.Sc.**

LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau adalah terbuka untuk umum dengan ketentuan bahwa hak cipta pada penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan seizin penulis dan harus disertai dengan kebiasaan ilmiah untuk menyebutkan sumbernya.

Penggandaan atau penerbitan sebagianatau seluruh tugas akhir ini harus memperoleh izin dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan yang meminjamkan tugas akhir ini untuk anggotanya diharapkan untuk mengisi nama, tanda peminjaman dan tanggal peminjaman.

LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam tugas akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan disuatu Perguruan Tinggi dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan di dalam daftar pustaka.

Pekanbaru, 16 Desember 2019
Yang membuat pernyataan,

NOPRI ANDRIANI
NIM. 11554200540

LEMBAR PERSEMBAHAN

Alhamdulillahirabbil'alamin, puji syukur tak henti-hentinya kepada Allah Subhanahu wa Ta'ala, atas nikmat, karunia dan rahmat–Nya sehingga saya dapat menyelesaikan tugas akhir ini.

∞∞∞

Ucapan terimakasih yang tak terhingga kepada kedua orang tuaku yang telah membesarkan dan mendidik jiwa raga ini dengan penuh kasih sayang yang tulus.Doa dan harapan yang beliau berikan selalu mengiringi langkah perjalanan hidupku untuk menjadi sosok yang diinginkannya.

∞∞∞

Ucapan terimakasih untuk keluarga besar Datuk Ibrahim serta kakak dan adik-adikku yang telah mendukungku, memotivasi setiap langkahku hingga aku mampu melewati hari sulitku dan menemaniku dalam suka maupun duka.

∞∞∞

Dengan penuh haru dan segala kerendahan hati Kupersembahkan gelar sarjanaku buat Ibunda dan Ayahku Tercinta Yang telah memberikan cinta kasih, perjuangan dan doa yang tiada henti.

∞∞∞

Allah selalu memberikan hal-hal yang kita butuhkan dalam hidup dengan cara-Nya.Memohonlah kepada-Nya dengan keyakinan dan ketulusan. Serta syukurilah apa yang telah kita miliki saat sekarang ini.

DETERMINAN *CORNICE* DAN DETERMINAN SEMI-DIAGONAL

NOPRI ANDRIANI
11554200540

Tanggal Sidang : 16 Desember 2019

Tanggal Wisuda : 2019

Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam
Negeri Sultan Syarif Kasim Riau Jl. HR.
Soebrantas No. 155 Pekanbaru

ABSTRAK

Pada penelitian ini membahas tentang determinan *cornice* dan determinan semi-diagonal. Menentukan determinan semi-diagonal mengggunakan bentuk determinan *cornice* kemudian lakukan operasi baris dan operasi kolom sehingga diperoleh bentuk determinan semi-diagonal tersebut. Dalam menentukan bentuk umum dari determinan *cornice* dan determinan semi-diagonal ada beberapa langkah yang dilakukan, pertama akan ditentukan nilai $|A_{5\times5}|$ sampai $|A_{15\times15}|$, setelah mendapatkan nilai dari determinan berorde 5×5 sampai orde 15×15 maka diduga bentuk umum dari determinan *cornice* dan determinan semi-diagonal tersebut. Mendapatkan bentuk umum dari determinan *cornice* dan determinan semi-diagonal digunakan metode ekspansi kofaktor, dengan mengekspansi sepanjang baris dan kolom. Kemudian hasil bentuk umum yang diperoleh diaplikasikan ke dalam bentuk contoh.

Kata Kunci: determinan *cornice*, determinan semi-diagonal, metode Operasi Baris Elementer (OBE), metode ekspansi kofaktor

CORNICE DETERMINANT AND SEMI-DIAGONAL DETERMINANT

NOPRI ANDRIANI
11554200540

Date of Final Exam : December 16^{th} 2019

Date of Graduation : 2019

Department Of Mathematics
Faculty of Science and Teknology
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. HR. Soebrantas No.155 Pekanbaru

ABSTRACT

This reseach of talking about cornice determinant and semi-diagonal determinant. In establish semi-diagonal determinant used from cornice determinant beside that doing operation of row and operation of column that the result from semi-diagonal it. In determine form general of cornice determinant and semi-diagonal determinant some of steps do, the first, will determined result $|A_{5\times5}|$ *until* $|A_{15\times15}|$ *, after get result of determinant orde* 5×5 *until orde* 15×15 *so that estimated form general of cornice determinant and semi-diagonal it. To got form general of cornice determinat and semi-diagonal determinant expansion cofactor method is used, by expanding along rows and columns. Then result of form general get of applicated to form example.*

Keywords *: cornice determinant, semi-diagonal determinant, method of Operation of Row Elementer (OBE), expantion cofaktor method*

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis ucapakan kepada Allah *subhanahu wata'ala* karena atas rahmat dan hidayah-Nya penulis dapat menyelesaikan tugas akhir ini dengan judul **" Determinan *Cornice* dan Determinan Semi-Diagonal ".** Tugas akhir ini merupakan salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana. Shalawat beriring salam kepada Nabi Besar Muhammad *shalallahu 'alaihi wassallam* sehingga kita dapat merasakan kemajuan ilmu pengetahuan dan teknologi seperti sekarang ini. Selanjutnya dalam penyusunan dan penyelesaian tugas akhir ini penulis tidak terlepas dari bantuan berbagai pihak, baik langsung maupun tidak langsung. Untuk itu sudah sepantasnya penulis mengucapkan terimakasih yang tak terhingga kepada kedua orang tua yang tidak pernah lelah dan tiada henti melimpahkan kasih sayang, perhatian, motivasi dan doa yang membuat penulis selalu bersemangat dalam mengerjakan tugas akhir ini. Semoga Allah *subhanahu wata'ala* selalu merahmati mereka, memberikan kebahagiaan dunia dan akhirat, Aamiin. Kemudian penulis juga mengucapkan terima kasih yang tak terhingga kepada :

1. Bapak Prof. Dr. KH. Akhmad Mujahidin M.Ag., selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
2. Bapak Dr. Ahmad Darmawi, M.Ag., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
3. Ibu Ari Pani Desvina, M.Sc., selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
4. Ibu Fitri Aryani, M.Sc., selaku Sekretaris Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau sekaligus Pembimbing Tugas Akhir yang telah memberikan banyak motivasi , ilmu serta nasehat dalam penulisan Tugas akhir ini.
5. Ibu Corry Corazon Marzuki, M.Si. dan Ibu Rahmawati, M.Sc., selaku penguji yang telah memberikan kritikan dan saran sehingga selesainya tugas akhir ini.

6. Bapak dan Ibu Dosen di lingkungan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau, khususnya di Jurusan Matematika yang telah banyak membantu penulis dalam berbagai hal.
7. Keluarga tercinta, yang tak henti memberiku motivasi, dukungan, semangat, doa, materi serta kasih sayang yang sangat tulus kepada penulis.
8. Keluarga besar kos Perumahan Paradise Blok E khususnya Nisa, Nurbaiti, Putri, Putri W, Nengsi, Reni, Puput, Mita, Hilda, Rita, Rahmi, Dinul dan Nana yang selalu memberikan semangat kepada penulis, dan terkhusus terima kasih buat Muhammad Zaki yang tidak pernah berhenti memberikan semangat, doa dan membantu penulis dalam mengerjakan tugas akhir ini.
9. Sahabat penulis khususnya Afriyanti, Elvina, Rizka, Syofiatul, Siska, Jamiah, Annisa, Mauli, Yayuk dan Sulemi yang selalu membantu dan meberikan semangat dan motivasi kepada penulis.
10. Teman-teman Jurusan Matematika khususnya Angkatan 2015 kelas D yang selalu memberikan semangat kepada penulis.
11. Semua pihak yang telah banyak membantu baik secara langsung maupun tidak langsung dalam penyelesaian tugas akhir ini yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu

Akhirnya dalam penyusunan dan penulisan tugas akhir ini penulis telah berusaha semaksimal mungkin untuk menghindari kesalahan. Tetapi penulis hanyalah manusia dan manusia adalah tempat salah dan khilaf, sesuai dengan pepatah tak ada gading yang tak retak. Penulis mengharapkan kepada pembaca tugas akhir ini agar memberikan kritik dan saran. Semoga tugas akhir ini dapat memberikan kontribusi yang bermanfaat.

Pekanbaru, Desember 2019

Nopri Andriani

DAFTAR ISI

Halaman

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Determinan matriks dapat digunakan untuk menentukan invers dari suatu matriks. Selain itu dapat juga digunakan untuk menyelesaikan Sistem Persamaan Linear (SPL). Misalkan A adalah matriks $n \times n$, fungsi determinan dinyatakan dengan *det*, dan didefenisikan *det(A)* sebagai jumlah semua hasil kali elementer bertanda dari A yang disebut determinan A.

Banyak cara yang bisa dilakukan untuk menentukan determinan dari suatu matriks, diantaranya aturan segitiga, aturan Sarrus, metode minor kofaktor, reduksi baris, metode kondensasi Chio, dan metode kondensasi Dodgson. Aturan segitiga digunakan untuk menghitung determinan matriks berukuran 3×3, aturan Sarrus digunakan untuk menghitung determinan matriks berukuran 2×2 dan 3×3, sedangkan metode minor kofaktor dan reduksi baris bisa digunakan untuk menentukan determinan matriks berukuran $n \times n$, $n \geq 3$.

Qefsere Gjonbalaj dan Armend Salihu pada tahun 2010 menulis sebuah artikel yang menyajikan metode baru untuk menghitung determinan dari matriks $n \times n$ $(n \geq 5)$ dengan mengurangi ukurannya $(n-4)(n-4)$ yang disebut "*cornice determinant*", dengan aturan elemen dari baris ke- 2 dan ke $(n-1)$ dan elemen dari kolom ke- 2 dan ke $(n-1)$ adalah nol. Setelah itu pada tahun 2012, Armend Salihu juga menulis sebuah artikel yang menyajikan metode baru untuk menghitung determinan $n \times n$ $(n \geq 3)$. Metode ini didasarkan pada metode kondensasi Chio dan metode kondensasi Dodgson.

Beberapa tahun setelahnya tahun 2018 Armend Salihu juga menuliskan sebuah artikel yang membahas cara modern mengubah determinan *cornice* menjadi determinan semi-diagonal. Metode ini didasarkan pada metode Gjonbalaj-salihu untuk mengurangi determinan $n \times n$ menjadi $(n-4)(n-4)$.

Berdasarkan latar belakang tersebut, penulis tertarik untuk mengulas artikel Armend Salihu tahun 2018 dengan judul *"A modern modification of Gjonbalaj-Salihu cornice determinant, transformation to semi-diagonal* *determinant".* tentang bagaimana cara mendapatkan bentuk umum dari determinan matriks *cornice* dan determinan matriks semi-diagonal berukuran $n \times n\ (n \geq 5)$.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan di atas, maka rumusan masalah pada penelitian ini adalah bagaimana bentuk umum determinan *cornice* dan determinan semi-diagonal?

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah dalam penulisan tugas akhir ini adalah pembuktian bentuk umum determinan *cornice* dan determinan semi-diagonal menggunakan pembuktian langsung dengan metode Operasi Baris Elementer (OBE) dan Ekspansi kofaktor.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mendapatkan bentuk umum dari determinan *cornice* dan determinant semi-diagonal.

1.5 Manfaat Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah dan tujuan penelitian yang telah dikemukakan di atas, maka manfaat yang dapat diambil adalah sebagai berikut :

a. Penulis mengharapkan dapat mengembangkan wawasan keilmuan dalam matematika terutama tentang determinan matriks.
b. Penulis dapat mengetahui lebih banyak materi tentang determinan, khususnya cara menentukan determinan cornice dan determinan semi-diagonal.
c. Memberikan informasi kepada pembaca bagaimana bentuk umum determinan *cornice* dan determinan semi-diagonal.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan terdiri dari lima bab yaitu :

BAB I PENDAHULUAN

Bab ini berisikan latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian dan sistematika penulisan.

BAB II LANDASAN TEORI

Bab ini menjelaskan determinan matriks, metode-metode penyelesaian determinan matriks, determinan *cornice* dan determinan semi-diagonal, serta sifat-sifat determinan dari suatu matriks

BAB III METODOLOGI PENELITIAN

Bab ini berisikan langkah-langkah yang penulis gunakan untuk menemukan bentuk umum dari determinan *cornice* dan determinan semi-diagonal.

BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Bab ini membahas tentang bagaimana proses mendapatkan bentuk umum dari determinan *cornice* dan determinan semi-diagonal.

BAB V PENUTUP

Bab ini berisikan kesimpulan dan saran dari seluruh pembahasan.

BAB II
LANDASAN TEORI

2.1 Determinan Matriks

Setiap matriks bujur sangkar A mempunyai suatu besaran skalar yang disebut determinan. Sebaliknya, setiap matriksyang tidak bujur sangkar tidak mempunyai determinan. Determinan adalah nilai real yang dihitung berdasarkan elemen-elemennya, menurut rumus tertentu yang ditulis dengan simbol $det(A)$ atau $|A|$. Jika nilai determinan itu nol, matriks bujur sangkar tersebut singular, artinya tidak memiliki invers. Jika nilai determinan suatu matriks tidak nol, berarti matriks A tersebut nonsingular, yaitu matriks tersebut mempunyai invers.

Defenisi 2.1 (Howard. Anton, 1997) Misalkan A adalah matriks $n \times n$. Fungsi determinan dinyatakan dengan *det*, dan didefenisikan *det(A)* sebagai jumlah semua hasil kali elementer bertanda dari *A* disebut determinan *A*.

Berikut diberikan sifat-sifat determinan

2.1.1 Sifat-sifat Determinan Matriks

Beberapa sifat determinan matriks

1. Untuk setiap matriks bujur sangkar *A* berlaku $|A| = |A^T|$

Contoh 2.1

Tentukan determinan dari matriks *A* dan A^T berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 5 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}, \text{ dan } A^T = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$$

Penyelesaian :

$$|A| = (6)(0) - (2)(5) = 0 - 10 = -10$$

$$|A^T| = (6)(0) - (5)(2) = 0 - 10 = -10$$

2. Jika semua unsur-unsur pada suatu baris atau kolom matriks $A = 0$, maka $|A| = 0$.

Contoh 2.2

Tentukan determinan dari matriks berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

Penyelesaian :

$$|A| = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 2 \end{vmatrix} = 0+0+0-0-0-0 = 0\,.$$

3. Jika salah satu baris atau kolom matriks A merupakan kelipatan dari baris dan kolom lain, maka $|A| = 0$

Contoh 2.3

Misalkan

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 6 & 2 & 2 \end{bmatrix} b_1 = 2b_2 \text{ => baris pertama sama dengan dua kali baris kedua}$$

Maka

$$|A| = \begin{vmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 6 & 2 & 2 \end{vmatrix} = 8+12+8-12-8-8 = 0\,.$$

4. Jika setiap elemen dalam satu baris matriks A dikalikan dengan skalar k , maka $|A| = k|A|$

Contoh 2.4

Hitunglah determinan dari matriks berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & 4 & 8 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$B = b_2(0.25)\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & 4 & 8 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix} \text{ => baris kedua dikalikan dengan 0.25}$$

$$= 4\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Penyelesaian :

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & 4 & 8 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 8 + 34 + 4 - 8 - 8 - 16 = 12 .$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & 4 & 8 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 4(2 + 8 + 1 - 2 - 2 - 4) = 4(3) = 12 .$$

5. Jika salah satu baris atau kolom matriks A dipertukarkan dengan baris atau kolom lain, maka determinannya adalah $-|A|$.

Contoh 2.5

Tentukan determinan matriks$A$ dan matriks B berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} b_1 \leftrightarrow b_2$$ =>tukar baris pertama dengan baris kedua

Dengan melakukan satu kali Operasi Baris Elementer (OBE) pada matriks A maka diperoleh matriks baru, yaitu:

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Penyelesaian :

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 1 + 8 + 0 - 3 - 8 - 0 - 11 = -2$$

$$|B| = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0 + 3 + 8 - 8 - 0 - 1 = 2 .$$

6. $|AB| = |A||B|$

Contoh 2.6

Diberikan matriks

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 5 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 15 & 10 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 6 & 5 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 15 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 75 & 74 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$$

Maka

$$|A| = 6(0) - 2(5) = 0 - 10 = -10$$

$$|B| = 10(0) - 4(15) = 0 - 60 = -60$$

$$|A||B| = (-10)(-60) = 600$$

$$|AB| = (75)(8) - (0)(74) = 600 - 0 = 600$$

7. Jika setiap elemen pada suatu baris atau kolom matriks A dikalikan dengan konstanta, kemudian ditambahkan kebaris atau kolom lain tidak mengubah nilai determinan.

Contoh 2.7

Hitunglah determinan matriks berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 4 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

Penyelesaian :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 4 & 0 & 3 \end{bmatrix} b_1(-2) + b_3 \text{ =>baris pertama dikali} -2 \text{ dan ditambahkan baris ke-3}$$

Dengan melakukan satu kali Operasi Baris Elementer (OBE) pada matriks A maka diperoleh matriks baru, yaitu:

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 0 & -6 & 1 \end{bmatrix}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 4 & 0 & 3 \end{vmatrix} = 12 + 48 + 0 - 8 - 0 - 9 = 60 - 17 = 43$$

$$|B| = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 0 & -6 & 1 \end{vmatrix} = 4 + 0 - 6 - 0 = 48 - 3 = 52 - 9 = 43.$$

8. Determinan matriks diagonal merupakan perkalian dari elemen diagonal utama.

Contoh 2.8

Misalkan

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

Maka

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix} = (1)(2)(3) = 6$$

Terdapat beberapa metode untuk menghitung determinan matriks diantaranya reduksi baris dan minor kofaktor

2.2 Reduksi Baris

Penjelasan ini dikutip dari buku **(Ririen. Kusumawati, 2014),**determinan suatu matriks dapat dihitung dengan mereduksi matriks tersebut dalam bentuk eselon baris. Menghitung determinan dengan reduksi baris adalah dengan mereduksi matriks yang diberikan menjadi bentuk segitiga atas melalui operasi baris elementer.

Contoh 2.9

Diberikan matriks *A* berukuran $A_{3\times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

Maka

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} b_3 - b_1 \qquad \text{=> baris ketiga dikurang baris pertama}$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= (1)(1)(-2) = -2$$

Contoh 2.10

Diberikan matriks A berukuran 4×4 dimana $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 & -1 \\ -1 & -2 & -1 & -1 \\ 3 & 3 & 1 & 3 \\ -2 & 2 & -2 & 2 \end{bmatrix}$

Maka

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 & -1 \\ -1 & -2 & -1 & -1 \\ 3 & 3 & 1 & 3 \\ -2 & 2 & -2 & 2 \end{vmatrix} b_1 + \frac{1}{2} b_4$$ => baris pertama ditambahkan dengan $\frac{1}{2}$ baris keempat

$$= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ -1 & -2 & -1 & -1 \\ 3 & 3 & 1 & 3 \\ -2 & 2 & -2 & 2 \end{vmatrix} b_2 + \frac{1}{2} b_4$$ => baris kedua ditambahkan dengan $\frac{1}{2}$ baris keempat

$$= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ -2 & -1 & -2 & 0 \\ 3 & 3 & 1 & 3 \\ -2 & 2 & -2 & 2 \end{vmatrix} b_3 + \frac{3}{2} b_4$$ => baris ketiga ditambahkan dengan $\frac{3}{2}$ baris keempat

$$= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ -2 & -1 & -2 & 0 \\ 6 & 0 & 4 & 0 \\ -2 & 2 & -2 & 2 \end{vmatrix} b_1 - \frac{1}{2} b_3$$ => baris pertama dikurangkankan dengan $\frac{1}{2}$ baris ketiga

$$= \begin{vmatrix} -2 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & -1 & -2 & 0 \\ 6 & 0 & 4 & 0 \\ -2 & 2 & -2 & 2 \end{vmatrix} b_2 + \frac{1}{2} b_3$$ =>baris kedua ditambahkan dengan $\frac{1}{2}$ baris ketiga

$$= \begin{vmatrix} -2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & 4 & 0 \\ -2 & 2 & -2 & 2 \end{vmatrix}$$

$$|A| = (-2)(-1)(4)(2) = 16$$

2.3 Metode Minor kofaktor

Defenisi 2.2 (Ririen. Kusumawati,2014) Jika *A* adalah matriks kuadrat, maka minor elemen a_{ij} dinyatakan oleh M_{ij} dan didefenisikan menjadi determinan submatriks yang tetap setelah baris ke-i dan kolom ke-j dicoret dari *A*. Bilangan $(-1)^{i+j} M_{ij}$ dinyatakan oleh C_{ij} dan dinamakan kofaktor elemen a_{ij}.

Teorema 2.1 (Ririen. Kusumawati, 2014) Determinan matriks *A* yang berukuran $n \times n$ dapat dihitung dengan mengalikan elemen-elemen dalam suatu baris (atau kolom) dengan kofaktor-kofaktor nya dan menambahkan hasil-hasil kali yang dihasilkan, yakni untuk setiap $1 \leq i \leq n$ dan $1 \leq j \leq n$, maka

$$|A| = a_{1j}C_{1j} + a_{2j}C_{2j} + \cdots + a_{nj}C_{nj}$$
(ekspansi kofaktor sepanjang kolom ke-j)

dan

$$|A| = a_{1j}C_{1j} + a_{2j}C_{2j} + \cdots + a_{nj}C_{nj}$$
(ekspansi kofaktor sepanjang kolom ke-j)

Contoh 2.11

Misalkan

$$A=\begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 & 2 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 6 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

Hitunglah $|A|$ dengan menggunakan ekspansi kofaktor sepanjang baris ke 4 :

Penyelesaian :

Menggunakan ekspansi kofakor baris ke 4

$$|A|=(-1)^{4+1}\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 6 & 1 \end{vmatrix}+0+0+(-1)^{4+4}\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 6 \end{vmatrix}$$

$$=-\left(0(-1)^{2+1}\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 6 & 1 \end{vmatrix}+2(-1)^{2+2}\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}+1(-1)^{2+3}\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 6 \end{vmatrix}\right)+$$

$$\left((-1)(-1)^{2+1}\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 6 \end{vmatrix}+0(-1)^{2+2}\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 6 \end{vmatrix}+2(-1)^{2+3}\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}\right)$$

$$=-(0(-1)(-10)+2(-1)(-1)+1(-1)(4))+((-1)(-1)(4)+0+(2)(-1)(2))$$

$$=-(0+2+(-4))+(4+0+(-4))$$

$$=-(-2)+0=2$$

2.4 Determinan *Cornice* dan Determinan Semi-Diagonal

2.4.1 Determinan Cornice

Defenisi 2.3 Setiap determinan yang memiliki baris kedua dan baris ke $(n-1)$, serta kolom kedua dan kolom ke$(n-1)$ dengan elemen-elemen nya bernilai nol, kecuali elemen pertama dan elemen terakhir yang disebut determinan *cornice*, yaitu:

$$|A_{n\times n}| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1,n-2} & a_{1,n-1} & a_{1n} \\ a_{21} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & a_{2n} \\ a_{31} & 0 & a_{33} & \cdots & a_{3,n-2} & 0 & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n-2,1} & 0 & a_{n-2,3} & \cdots & a_{n-2,n-2} & 0 & a_{n-2,n} \\ a_{n-1,1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & a_{n-1,n} \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{n,n-2} & a_{n,n-1} & a_{nn} \end{vmatrix}$$

2.4.2 Determinan Semi-Diagonal

Defenisi 2.5 Setiap determinan yang memiliki elemen baris pertama sama dengan nol kecuali elemen pertama, elemen baris ke- n sama dengan nol kecuali elemen terakhir, elemen kolom kedua sama dengan nol kecuali elemen kedua dan elemen kolom ke $(n-1)$ sama dengan nol kecuali elemen ke $(n-1)$, yang disebut determinan semi-diagonal, yaitu:

$$|A_{n\times n}| = \begin{vmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2,n-2} & 0 & a_{2n} \\ a_{31} & 0 & a_{33} & \cdots & a_{3,n-2} & 0 & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n-2,1} & 0 & a_{n-2,3} & \cdots & a_{n-2,n-2} & 0 & a_{n-2,n} \\ a_{n-1,1} & 0 & a_{n-1,3} & \cdots & a_{n-1,n-2} & a_{n-1,n-1} & a_{n-1,n} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & a_{nn} \end{vmatrix}$$

BAB III
METODOLOGI PENELITIAN

Metode penelitian yang penulis gunakan adalah studi literatur dengan langkah-langkah sebagai berikut:

3.1 Menentukan Bentuk Umum dari Determinan *Cornice* $n \times n$ $(n \geq 5)$

Langkah-langkah untuk mendapatkan bentuk umum dari determinan *cornice* sebagai berikut :

1. Diberikan determinan *cornice,* yaitu:

$$|A_{n\times n}| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1,n-2} & a_{1,n-1} & a_{1n} \\ a_{21} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & a_{2n} \\ a_{31} & 0 & a_{33} & \cdots & a_{3,n-2} & 0 & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n-2,1} & 0 & a_{n-2,3} & \cdots & a_{n-2,n-2} & 0 & a_{n-2,n} \\ a_{n-1,1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & a_{n-1,n} \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{n,n-2} & a_{n,n-1} & a_{nn} \end{vmatrix}.$$

2. Menentukan $|A_{5\times 5}|$ sampai $|A_{15\times 15}|$
3. Menduga bentuk umum $|A_{n\times n}|$
4. Akan dibuktikan

$$|A_{n\times n}| = (a_{12}a_{21}a_{n,n-1}a_{n-1,n} - a_{12}a_{2n}a_{n,n-1}a_{n-1,1} - a_{21}a_{n2}a_{1,n-1}a_{n-1,n} + a_{1,n-1}a_{2n}a_{n2}a_{n-1,1})|A_{(n-4)\times(n-4)}|.$$

dengan

$$|A_{(n-4)\times(n-4)}| = \begin{vmatrix} a_{33} & \cdots & a_{3,n-2} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n-2,3} & \cdots & a_{n-2,n-2} \end{vmatrix}$$

Pembuktian menggunakan metode minor-kofaktor.

5. Mengaplikasikan bentuk umum determinan *cornice* kedalam bentuk contoh soal.

3.2 Menentukan Bentuk Umum dari Determinan Semi-Diagonal

Langkah-langkah untuk mendapatkan bentuk umum dari determinan semi-diagonal sebagai berikut :

1. Gunakan determinan *cornice* pada Langkah 3.1, yaitu :

$$|A_{n\times n}| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1,n-2} & a_{1,n-1} & a_{1n} \\ a_{21} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & a_{2n} \\ a_{31} & 0 & a_{33} & \cdots & a_{3,n-2} & 0 & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n-2,1} & 0 & a_{n-2,3} & \cdots & a_{n-2,n-2} & 0 & a_{n-2,n} \\ a_{n-1,1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & a_{n-1,n} \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{n,n-2} & a_{n,n-1} & a_{nn} \end{vmatrix}$$

2. Tukar baris pertama dengan baris kedua, selanjutnya tukar baris ke-$(n-1)$ dengan baris ke- n, yaitu:

$$|A_{n\times n}| = \begin{vmatrix} a_{21} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & a_{2n} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1,n-2} & a_{1,n-1} & a_{1n} \\ a_{31} & 0 & a_{33} & \cdots & a_{3,n-2} & 0 & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n-2,1} & 0 & a_{n-2,3} & \cdots & a_{n-2,n-2} & 0 & a_{n-2,n} \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{n,,n-2} & a_{n,n-1} & a_{n,n} \\ a_{n-1,1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & a_{n-1,n} \end{vmatrix}$$

Dengan menggunakan aturan, yaitu baris terakhir ditambah baris pertama dikali dengan $\left(-\dfrac{a_{n-1,1}}{a_{21}}\right)$. Kemudian baris ke $n-1$ ditambah baris kedua dikali dengan $\left(-\dfrac{a_{n2}}{a_{12}}\right)$. Selanjutnya kolom terakhir ditambah kolom pertama dikali dengan $\left(-\dfrac{a_{2n}}{a_{21}}\right)$. Terakhir kolom ke $n-1$ ditambah kolom kedua dikali dengan $\left(-\dfrac{a_{1,n-1}}{a_{12}}\right)$ dan tambahkan dengan kolom ke $n-1$.

Sehingga diperoleh :

$$|A_{n\times n}| = \begin{vmatrix} a_{21} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1,n-2} & 0 & b_{1n} \\ a_{31} & 0 & a_{33} & \cdots & a_{3,n-2} & 0 & b_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n-2,1} & 0 & a_{n-2,3} & \cdots & a_{n-2,n-1} & 0 & b_{n-2,n} \\ b_{n-1,1} & 0 & b_{n-1,3} & \cdots & b_{n-1,n-2} & b_{n-1,n-1} & b^*_{n-1,n} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & b_{nn} \end{vmatrix}$$

dengan

$$b_{n-1,1} = a_{n1} + \frac{-a_{11}a_{n2}}{a_{12}}$$

$$b_{n-3,3} = a_{n3} + \frac{-a_{13}a_{n2}}{a_{12}}$$

$$b_{n-1,n-2} = a_{n,n-2} + \frac{-a_{1,n-2}a_{n2}}{a_{12}}$$

$$b_{n-1,n} = a_{nn} + \frac{-a_{1n}a_{n2}}{a_{12}}$$

$$b_{1n} = a_{1n} + \frac{-a_{11}a_{2n}}{a_{21}}$$

$$b_{3n} = a_{3n} + \frac{-a_{31}a_{2n}}{a_{21}}$$

$$b_{n-2,n} = a_{n-2,n} + \frac{-a_{n-2,1}a_{2n}}{a_{21}}$$

$$b^*_{n-1,n} = b_{n-1,n} + \frac{-b_{n-1,1}a_{2n}}{a_{21}}$$

$$b_{n-1,n-1} = a_{n,n-1} + \frac{-a_{1,n-1}a_{n2}}{a_{12}}$$

$$b_{nn} = a_{n-1,n} + \frac{-a_{2n}a_{n-1,1}}{a_{21}}$$

3. Menentukan $|A_{5\times 5}|$ sampai $|A_{15\times 15}|$
4. Menduga bentuk umum $|A_{n\times n}|$

5. Akan dibuktikan:

$$|A_{n\times n}| = (a_{12}a_{21}b_{n-1,n-1}b_{nn})\left|A_{(n-4)\times(n-4)}\right|$$

dengan

$$b_{n-1,n-1} = a_{n,n-1} + \frac{-a_{1,n-1}a_{n2}}{a_{12}}$$

$$b_{nn} = a_{n-1,n} + \frac{-a_{2n}a_{n-1,1}}{a_{21}}$$

$$\left|A_{(n-4)\times(n-4)}\right| = \begin{vmatrix} a_{33} & \cdots & a_{3,n-2} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n-2,3} & \cdots & a_{n-2,n-2} \end{vmatrix}.$$

Pembuktian menggunakan Operasi Baris Elementer (OBE) dan metode minor-kofaktor.

6. Mengaplikasikan bentuk umum determinan semi-diagonal kedalam bentuk contoh soal

BAB V
PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan uraian dan pembahasan pada bab-bab sebelumnya dapat diperoleh beberapa kesimpulan sebagai berikut:

1. Bentuk umum dari determinan *cornice* $n \times n, (n \geq 5)$ sebagai berikut:

$$|A_{n\times n}| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1,n-2} & a_{1,n-1} & a_{1n} \\ a_{21} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & a_{2n} \\ a_{31} & 0 & a_{33} & \cdots & a_{3,n-2} & 0 & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n-2,1} & 0 & a_{n-2,3} & \cdots & a_{n-2,n-1} & 0 & a_{n-2,n} \\ a_{n-1,1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & a_{n-1,n} \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{n,n-2} & a_{n,n-1} & a_{nn} \end{vmatrix}$$

$$|A_{n\times n}| = (a_{12}a_{21}a_{n,n-1}a_{n-1,n} - a_{12}a_{2n}a_{n,n-1}a_{n-1,1} - a_{21}a_{n2}a_{n-1,n}a_{1,n-1} + a_{1,n-1}a_{2n}a_{n2}a_{n-1,1})|A_{(n-4)\times(n-4)}|$$

dengan

$$|A_{(n-4)\times(n-4)}| = \begin{vmatrix} a_{33} & \cdots & a_{3,n-2} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n-2,3} & \cdots & a_{n-2,n-2} \end{vmatrix}$$

2. Berdasarkan determinan *cornice* pada Nomor 1, maka untuk mendapatkan determinan semi-diagonal harus dilakukan opersai baris dan operasi kolom pada determinan *cornice* tersebut. Sehingga diperoleh bentuk determinan semi-diagonal sebagai berikut:

$$|A_{n\times n}| = \begin{vmatrix} a_{21} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1,n-2} & 0 & b_{1n} \\ a_{31} & 0 & a_{33} & \cdots & a_{3,n-2} & 0 & b_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n-2,1} & 0 & a_{n-2,3} & \cdots & a_{n-2,n-1} & 0 & b_{n-2,n} \\ b_{n-1,1} & 0 & b_{n-1,3} & \cdots & b_{n-1,n-2} & b_{n-1,n-1} & b^{*}_{n-1,n} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & a_{n-1,n} \end{vmatrix}$$

$$\left|A_{n\times n}\right| = (a_{21}a_{12}b_{nn}a_{n-1,n-1})\left|A_{(n-4)\times(n-4)}\right|$$

dengan

$$\left|A_{(n-4)\times(n-4)}\right| = \begin{vmatrix} a_{33} & \cdots & a_{3,n-2} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n-2,3} & \cdots & a_{n-2,n-2} \end{vmatrix}$$

$$b_{n-1,n-1} = a_{n,n-1} + \frac{-a_{1,n-1}a_{n2}}{a_{12}}$$

$$b_{nn} = a_{n-1,n} + \frac{-a_{2n}a_{n-1,1}}{a_{21}}$$

5.2 Saran

Dalam pembahasan yang telah dikemukakan, penulis hanya membahas tentang bagaimana bentuk umum determinan *cornice* dan determinan semi-diagonal. Bagi pembaca yang tertarik dengan topik ini dapat melanjutkan pembahasan tentang cara mendapatkan bentuk umum determinan-determinan lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

A.M, Madyana. "*Matriks dan Ruang Vektor*". Universitas atmaja: Yogyakarta. 2000.

Anton, H. "*Aljabar Linear Elementer*". Penerbit Erlangga: Jakarta. 1997.

Bayat, M dan H, teimoori. " A New Method for Computing Determinants by Reducing the Orders by Two". *Caspian Journal of Mathematics Science*, 7(2018),16-24.

Gjonbalaj, Qetsere dan Salihu,Armend. "Computing the Determinants by Reducing the Order by Four". *Applied Mathematics E-notes*, 10(2010),151-158.

Harizaj, Dardan. 2009. "New Method to Compute the Determinant of A 3×3". *International Journal of Algebra*, Vol.3,211-219.

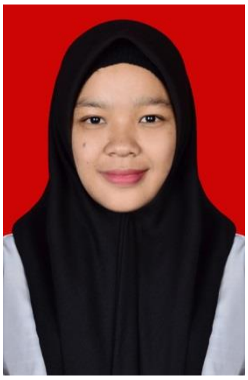
Kusumawati, Ririen. "*Aljabar Linear dan Matriks*". Penerbit UIN-Maliki Press: Malang. 2014.

Salihu, Armend. 2012. "New Method to Calculate Determinants of $n \times n, (n \geq 3)$ Matrix, by Reducing Determinants to 2nd Order". *International Journal of Algebra*, Vol 6, 913-917.

Salihu, Armend. 2018. "A Modern Modification of Gjonbalaj-Salihu Cornice Determinant, Transformation to Semi-Diagonal Determinant". *International Journal of Mathematics and Computer Science*, 13(2018), 133-138.

Sutojo, T dkk. "*Teori dan Aplikasi Aljabar Linear dan Matriks*". Penerbit Andi: Yogyakarta. 2010.

BIOGRAFIS PENULIS



Penulis bernama Nopri Andriani dengan panggilan Nopri lahir di Pasir Pengaraian pada tanggal 11 November 1997. Penulis bertempat tinggal di Perumahan Paradise Blok E10. Penulis merupakan anak kedua dari empat bersaudara dari Ayahanda yang bernama Yurmailis dan ibunda bernama Masdalima .

Penulis menyelesaikan pendidikan Sekolah Dasar (SD) pada tahun 2009 di SDN 013 Pulau, Bangkinang. Lalu melanjutkan Pendidikan Sekolah Menengah Pertama (SMP) di SMPN 04 Bangkinang, dan lulus pada tahun 2012. untuk jenjang Sekolah Menengah Atas (SMA) Penulis menempuh Pendidikan di SMAN 1 Bangkinang, dan lulus pada tahun tahun 2015. Setelah menyelesaikan Pendidikan di SMAN 1 Bangkinang, kemudian Penulis diterima sebagai mahasiswa di Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau di Fakultas Sains dan Teknologi Jurusan Matematika dengan Program Strata 1 (S1).

Dalam masa perkuliahan penulis telah melaksanakan kegiatan Praktek Kerja Lapangan (PKL) di Dinas Pendidikan Kepemudaan dan Olahraga Kabupaten Kampar dan penulis juga telah menyelesaikan program pengabdian kepada masyarakat yakni Kuliah Kerja Nyata di Desa Tabing, Kecamatan Koto Kampar Hulu Kabupaten Kampar.